

MATEMÁTICA SUPERIOR

PROBLEMAS RESUELTOS

A. K. Boiarchuk

5 Variable compleja Funciones de variable compleja

Traducido del ruso bajo la dirección
del doctor en Ciencias Físico-matemáticas

Viktoria O. Malishenko

y del ingeniero industrial

Guillermo Peña Fera

Revisión científica

del doctor en Ciencias Físico-matemáticas

Jairo Correa Rodríguez

Moscú • 2002



URSS

Боярчук Алексей Климентьевич

Справочное пособие по высшей математике. Том 4. Часть 1.

Boiarchuk Alekséi Klimiéntievich

**Matemática superior. Problemas resueltos. Tomo 5.
Variable compleja: funciones de variable compleja.**

Traducido de la edición rusa (Editorial URSS, Moscú, 2001)

La colección "AntiDemidóvich" que proponemos al lector abarca casi todas las ramas de las matemáticas.

En "Variable compleja" se resuelven detalladamente casi cuatrocientos problemas de dificultad media o alta. Este tomo incluye un repaso de las estructuras fundamentales del análisis matemático, números complejos, funciones de variable compleja y un estudio detallado de las funciones elementales en el plano complejo.

Reservados todos los derechos en todos los idiomas y en todos los países del mundo. Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.



9 785836 004538

ISBN 5-8360-0452-8 (Obra completa)
ISBN 5-8360-0453-6 (Tomo 5)

© Obra original: Editorial URSS, 1997, 2002
© Traducción y obra en español: Editorial URSS, 2002
© Diseño gráfico y diseño del texto: Editorial URSS, 2002

Director
Director financiero
Director de sistemas
Director de producción
Vicedirector

Domingo Marín Ricoy
Viktoria Malishenko
Viktor Románov
Irina Makiéeva
Natalia Finoguiénova

Издательство «Эдиториал УРСС». 113208, г. Москва, ул. Чертановская, д. 2/11.
Лицензия ИД № 03216 от 10.11.2000 г. Гигиенический сертификат на выпуск книжной продукции № 77.ФЦ.8.953.П.270.3.99 от 30.03.99 г. Подписано к печати 24.07.2002 г.
Формат 70 × 100/16. Тираж 2100 экз. Печ. л. 20. Зак. № 36
Отпечатано в ООО «Арт-диал». 129110, г. Москва, ул. Б. Переяславская, 46.



Editorial URSS
Libros de ciencia

Tel./fax: 7 (095) 135-44-23
Tel./fax: 7 (095) 135-42-46
E-mail: urss@urss.ru
Catálogo en Internet: <http://urss.ru>

Prólogo a "Variable compleja"

Entre los textos recomendados para el estudio de la teoría de funciones de variable compleja hay muchos manuales y materiales didácticos muy completos que tienen por autores a científicos de fama más que reconocida: A. I. Markushévich, M. A. Lavriéntiev, B. V. Shabat, I. I. Priválov, A. V. Bitsadze, M. A. Evgráfov, A. Hurwitz, R. Courant, etcétera. Lamentablemente, en lo que respecta al volumen, elección y distribución del material, la mayoría de estos libros no están adaptados a los programas de los cursos de teoría de funciones de variable compleja que habitualmente se imparten en las facultades de matemáticas y física de las universidades de Rusia y otros países de la CEI. Separar de un libro voluminoso el material principal de modo que se forme un curso íntegro, lógicamente acabado y ajustado al programa de estudios no es fácil ni para un profesor con poca experiencia, ni para un estudiante o un posgraduado.

Las razones anteriores motivaron al autor a escribir un libro que corresponda al nivel actual de los programas universitarios del curso de teoría de funciones de variable compleja que no esté saturado de detalles y que contenga un gran número de problemas resueltos. En este tomo se resuelven detalladamente casi cuatrocientos problemas de dificultad media o alta.

Muchos libros de teoría de funciones de variable compleja se caracterizan por contener desacuerdos e imprecisiones en la terminología básica. Por ejemplo, en distintos lugares de un mismo libro el concepto de función analítica puede tener un sentido diferente. El autor ha tenido en cuenta este hecho; todos los conceptos considerados en el presente libro tienen un sentido claramente determinado.

En el comienzo de la obra se da una definición rigurosa de función (y no su descripción, como se suele hacer en la mayor parte de los manuales), se consideran las operaciones con conjuntos y los aspectos principales de la teoría de espacios métricos. Sin incluir este material en el libro, sería imposible exponer las cuestiones principales al nivel matemático que se requiere en la

actualidad. Por ello, incluso una lectura rápida de ese pequeño capítulo es muy aconsejable para entender el resto de la obra, en donde se exponen los temas tradicionales de la teoría de las funciones analíticas, creada en el siglo XIX, primordialmente gracias a las obras de A. Cauchy, B. Riemann y K. Weierstrass.

En el libro se presta mucha atención a las cuestiones prácticas relacionadas con las transformaciones conformes.

El autor

Capítulo 1

Estructuras fundamentales del análisis matemático

En este capítulo se incluyen los conocimientos básicos referentes a la teoría de conjuntos y aplicaciones que se usarán más adelante en la exposición del material básico del libro. Se examina de forma bastante completa la teoría de los espacios métricos, se dan los conceptos básicos, y se utiliza la notación establecida en los cursos de análisis matemático moderno.

§1. Elementos de la teoría de conjuntos y aplicaciones

1.1. Símbolos lógicos

En las matemáticas, en lugar de expresiones verbales a menudo se utilizan símbolos adoptados de la lógica. Así, en vez de las expresiones "para todo", "para cada", "para cualquier" se utiliza el símbolo \forall , y en lugar de la palabra "existe", el símbolo \exists . Estos símbolos se denominan, respectivamente, *cuantificador universal* y *cuantificador existencial*. Las frases "para todo..." y "existe..." suelen ir acompañadas de ciertas restricciones, anotadas entre paréntesis. En lugar de la frase "tal que" se utilizan dos puntos o una barra vertical.

El enunciado de cada teorema contiene una propiedad A (premisa) y una propiedad B (conclusión) deducible de A . Brevemente la expresión "A implica B" se denota en la forma