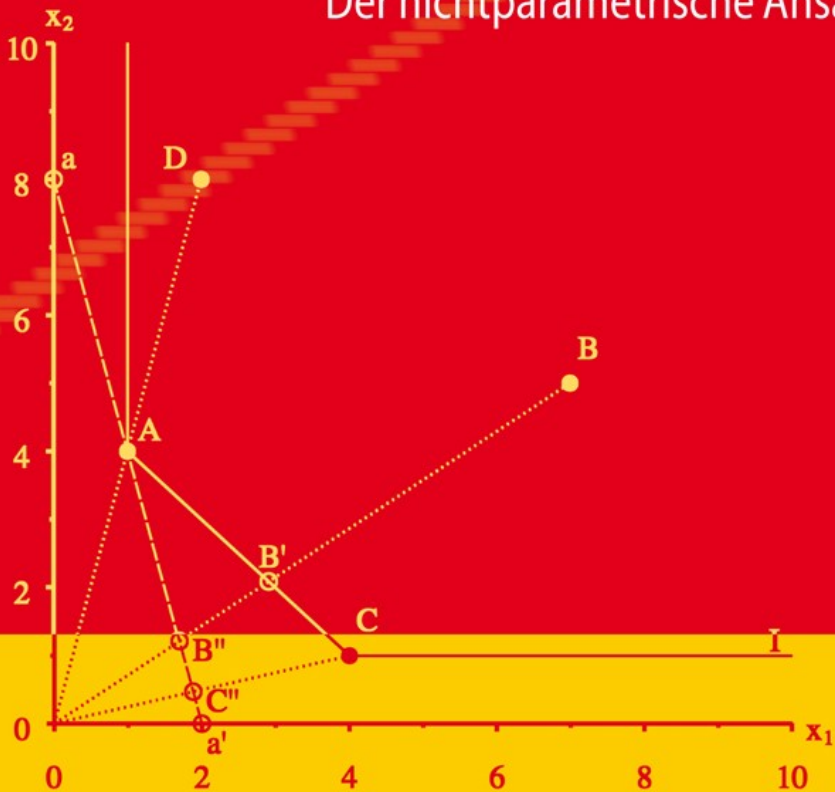


# Cantner · Krüger · Hanusch

## Produktivitäts- und Effizienzanalyse

Der nichtparametrische Ansatz



# Springer-Lehrbuch

---

Uwe Cantner · Jens Krüger  
Horst Hanusch

# Produktivitäts- und Effizienzanalyse

Der nichtparametrische Ansatz

Mit 122 Abbildungen und 92 Tabellen

 Springer

Professor Dr. Uwe Cantner  
PD Dr. Jens Krüger  
Friedrich-Schiller-Universität Jena  
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät  
Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre/Mikroökonomik  
Carl-Zeiß-Str. 3  
07743 Jena

uwe.cantner@wiwi.uni-jena.de  
jens.krueger@wiwi.uni-jena.de

Professor Dr. Horst Hanusch  
Universität Augsburg  
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät  
Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre  
Universitätsstraße 16  
86135 Augsburg

horst.hanusch@wiwi.uni-augsburg.de

ISSN 0937-7433

ISBN 978-3-540-70793-6 Springer Berlin Heidelberg New York

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funk- und Tonübertragung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media

[springer.de](http://springer.de)

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Herstellung: LE-TeX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig  
Umschlaggestaltung: WMX Design GmbH, Heidelberg

SPIN 11983903 42/3100YL - 5 4 3 2 1 0 Gedruckt auf säurefreiem Papier

# Vorwort

Die Effizienz von Produktionsprozessen spielt vor dem Hintergrund zunehmender Wettbewerbsintensität auf globalen Märkten eine immer größere Rolle. Ebenso wird staatliches Handeln immer stärker unter dem Effizienzgesichtspunkt betrachtet. Werden hierbei Effizienzsteigerungen beobachtet, so deutet dies auf einen sparsameren Umgang mit Ressourcen sowie auf die positive Wirkung des technischen Fortschritts hin. Im Fall von Effizienzverlusten wird hingegen schnell von Managementfehlern, mangelndem Schritthalten im Wettbewerb oder einfach von Ressourcenverschwendung gesprochen. Vor diesem Hintergrund möchte das vorliegende Buch in eine ausgewählte Methodik zur Effizienzmessung einführen, den nichtparametrischen Ansatz.

Diese Methodik wird, ausgehend von einer produktionstheoretischen Fundierung und den einfachsten Konzepten des Leistungsvergleichs, schrittweise hin zu komplexeren Modellen entwickelt. Ihre praktische Anwendbarkeit wird dabei durch die wenigen Annahmen, denen Sie unterliegt, und die Verfügbarkeit einfach zu bedienender Software erleichtert.

Entstanden ist das vorliegende Buch aus Vorlesungsmaterialien, die an den Universitäten Augsburg und Jena über viele Jahre eingesetzt wurden. Dies geschah zunächst im Rahmen des Public Sector Management, wo nichtparametrische Methoden der Effizienzmessung aufgrund der Abwesenheit von Marktpreisen besonders breite Anwendung finden. Gleiches trifft für Nonprofit-Branchen zu. Da Effizienzveränderungen einen besonderen Bezug zum Phänomen des technologischen Fortschritts aufweisen, bieten sich auch Anwendungsmöglichkeiten der hier behandelten Methodik im Bereich der Innovationsökonomik.

Der Inhalt des Buches führt den Leser von den einfachsten Methoden bei konstanten Skalenerträgen über Erweiterungen, die variable Skalenerträge und verschiedene Spezialfälle berücksichtigen, hin zur dynamischen Analyse und der Messung des technologischen Fortschritts. Alle Hauptkapitel des Buches enden mit einer Aufzählung von Schlüsselbegriffen anhand derer der Leser überprüfen kann, ob er die zentralen Inhalte des jeweiligen Kapitels erfaßt hat. Zudem regen eine Reihe von Übungsaufgaben zur praktischen Anwendung des Gelernten an, deren ausführliche Lösungen am Ende des Buches zusammengefaßt sind.

Nicht behandelt werden stochastische Ansätze, stark anwendungsspezifische Probleme, wie die Wahl der Input- und Outputvariablen sowie Probleme der weiterführenden statistischen Analyse der Effizienzmaße. Zu diesen Gebieten werden jedoch Hinweise auf die entsprechende Literatur gegeben.

Das vorliegende Buch wendet sich insbesondere an quantitativ orientierte Studierende der Betriebs- und Volkswirtschaftslehre, der Wirtschaftsinformatik, der Wirtschaftsmathematik und interessierte Praktiker im Controlling oder in der öffentlichen Verwaltung. Für die Lektüre erforderliche Vorkenntnisse gehen nicht über die produktionstheoretischen Inhalte einer einführenden Veranstaltung in die Mikroökonomik hinaus. Ein Appendix zur linearen Programmierung enthält eine kurze Einführung in die Lösung linearer Optimierungsprobleme mit dem Simplexalgorithmus. Die praktische Anwendung wird unterstützt durch die Integration des frei verfügbaren Programms EMS, entwickelt von Holger Scheel an der Universität Dortmund, das eine einfache menügesteuerte Durchführung nichtparametrischer Effizienzanalysen gestattet.

Dank schulden wir, die Autoren, deshalb vor allem Holger Scheel für die Entwicklung und die großzügige Bereitstellung dieser Software. Dank schulden wir ebenfalls unserem Kollegen Armin Scholl an der Friedrich-Schiller-Universität Jena für seine Diskussionsbereitschaft und so manchen wertvollen Hinweis, der sich daraus ergeben hat. Schließlich haben Bernd Ebersberger bei der Vorbereitung der Beispiele sowie Melanie Kecke, Roland Fischer, Niels Große, Andreas Meder, Gernot Pehnelt und Michael Stützer „ganze Arbeit“ bei der kritischen Durchsicht von Teilen des Manuskripts geleistet und dabei geholfen, die vielen kleinen Fehler aufzuspüren und mißverständliche Darstellungen zu korrigieren. Olga Gaessner und Constanze Neukirch haben uns bei der Manuskripterstellung nicht nur moralisch maßgeblich unterstützt. Ihnen allen gilt unser Dank, wobei alle verbleibenden Mängel natürlich vollständig zu unseren Lasten gehen.

Jena und Augsburg im November 2006,

*Uwe Cantner  
Jens Krüger  
Horst Hanusch*

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung zu Produktivität und Effizienz.....</b>	<b>1</b>
1.1 Grundbegriffe.....	1
1.1.1 Produktivität.....	1
1.1.2 Produktionsfunktion.....	3
1.1.3 Effizienzmaße.....	6
1.1.4 Produktionsfunktion und technischer Fortschritt.....	12
1.1.5 Produktivität, Effizienz und technischer Fortschritt.....	14
1.2 Problemstellung und Überblick.....	21
Schlüsselbegriffe.....	24
<b>2 Empirische Analyse von Produktivität und Effizienz.....</b>	<b>27</b>
2.1 Leistungsvergleich.....	27
2.2 Analyse bei bekannten Preisen.....	30
2.3 Analyse bei bekannter Produktionsfunktion.....	32
2.4 Analyse bei nicht bekannter Produktionsfunktion.....	43
2.4.1 Partielle Faktorproduktivitäten.....	44
2.4.2 Totale Faktorproduktivität.....	45
2.5 Empirische Methoden.....	60
2.6 Anwendungsgebiete.....	71
2.7 Software.....	72
Schlüsselbegriffe und Übungsaufgaben.....	73
<b>3 Konstante Skalenerträge: Productivity-Form.....</b>	<b>77</b>
3.1 Konzeption der Productivity-Form.....	78
3.2 Formulierung als Maximierungsproblem.....	79
3.2.1 Ausgangspunkt: Index zur totalen Faktorproduktivität.....	79
3.2.2 Aufstellung des Maximierungsproblems.....	81
3.2.3 Transformation des Maximierungsproblems.....	84
3.3 Lösung des Maximierungsproblems.....	90
3.4 Ergebnisinterpretation.....	91
3.4.1 Effizienzkennzahl.....	91
3.4.2 Inputaggregationsgewichte.....	92
3.4.3 Outputaggregationsgewichte.....	95

3.4.4 Beziehung zwischen Input- und Output-Gewichten .....	96
3.4.5 Beispiele.....	98
Schlüsselbegriffe und Übungsaufgaben.....	109
<b>4 Konstante Skalenerträge: Envelopment-Form .....</b>	<b>113</b>
4.1 Konzeption und Grundbegriffe der Envelopment-Form.....	114
4.2 Bestimmung der Technologiemenge.....	116
4.2.1 Grundlegende Axiome.....	116
4.2.2 Beispiele.....	119
4.3 Formulierung als Minimierungsproblem .....	124
4.3.1 Formale Darstellung.....	124
4.3.2 Beispiel .....	126
4.4 Lösung des Minimierungsproblems.....	129
4.5 Ergebnisinterpretation.....	132
4.5.1 Effizienzwerte.....	132
4.5.2 Gewichtungsfaktoren und Referenzbeobachtungen.....	132
4.5.3 Input-Output-Kombination der Vergleichsbeobachtungen....	133
4.5.4 Beispiele.....	134
Schlüsselbegriffe und Übungsaufgaben.....	141
<b>5 Variable Skalenerträge.....</b>	<b>147</b>
5.1 Effizienzanalyse und Skalenerträge .....	147
5.1.1 Größeneffekte und Effizienz.....	148
5.1.2 Pareto-Koopmans-Kriterium.....	150
5.2 Envelopment-Form bei variablen Skalenerträgen.....	158
5.2.1 Technologiemenge.....	159
5.2.2 Minimierungsproblem.....	160
5.2.3 Ergebnisinterpretation.....	160
5.2.4 Beispiel .....	162
5.3 Productivity-Form bei variablen Skalenerträgen .....	168
5.3.1 Maximierungsproblem.....	168
5.3.2 Ergebnisinterpretation.....	171
5.3.3 Beispiel .....	174
5.4 Skaleneffizienz.....	176
5.4.1 Quantifizierung der Skaleneffizienz .....	177
5.4.2 Skalenerträge und most productive scale size.....	178
5.4.3 Beispiel .....	180
5.5 NIRS- und NDRS-Modelle.....	183
5.5.1 Nicht-steigende Skalenerträge (NIRS).....	184
5.5.2 Nicht-sinkende Skalenerträge (NDRS).....	185
5.5.3 Beispiel .....	186
Schlüsselbegriffe und Übungsaufgaben.....	191



---

<b>6 Input- versus Outputorientierung .....</b>	<b>197</b>
6.1 Konstante Skalenerträge .....	197
6.1.1 Productivity- und Envelopment-Form .....	197
6.1.2 Beispiele.....	201
6.2 Variable Skalenerträge.....	206
6.2.1 Productivity- und Envelopment-Form .....	206
6.2.2 Beispiel .....	208
6.2.3 Uneindeutigkeit der most productive scale size.....	209
Schlüsselbegriffe und Übungsaufgaben.....	211
<b>7 Erweiterungen .....</b>	<b>215</b>
7.1 Slacks .....	215
7.1.1 Problemstellung .....	216
7.1.2 Slacks bei konstanten Skalenerträgen .....	218
7.1.3 Beispiele.....	221
7.1.4 Slacks bei variablen Skalenerträgen .....	225
7.2 Vergleich der Besten.....	226
7.2.1 Problemstellung .....	226
7.2.2 Andersen-Petersen-Modell .....	227
7.2.3 Beispiele.....	229
7.3 Allokative Effizienz .....	232
7.3.1 Inputorientierung .....	233
7.3.2 Outputorientierung.....	237
7.3.3 Variable Skalenerträge.....	240
7.4 Überblick über weitere Modifikationen .....	241
Schlüsselbegriffe und Übungsaufgaben.....	242
<b>8 Dynamische Analyse .....</b>	<b>247</b>
8.1 All-Time-Best-Frontierfunktion.....	248
8.2 Malmquist-Index nach Caves/Christensen/Diewert.....	250
8.3 Malmquist-Index nach Färe/Grosskopf/Lindgren/ Roos.....	256
8.4 Outputorientierung .....	259
8.5 Variable Skalenerträge.....	261
Schlüsselbegriffe und Übungsaufgaben.....	265
<b>Appendix: Lineare Programmierung und Simplexalgorithmus.....</b>	<b>267</b>
A.1 Struktur linearer Optimierungsprobleme .....	267
A.2 Simplexalgorithmus .....	269
A.3 Dualitätstheorem .....	278
<b>Lösungen zu den Übungsaufgaben .....</b>	<b>281</b>
Kapitel 2.....	281

Kapitel 3.....	293
Kapitel 4.....	307
Kapitel 5.....	321
Kapitel 6.....	333
Kapitel 7.....	343
Kapitel 8.....	355
<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>361</b>
<b>Sachverzeichnis .....</b>	<b>367</b>

# 1 Einführung zu Produktivität und Effizienz

Bevor überhaupt in die Thematik der empirischen Messung und Analyse von Produktivität und Effizienz eingeführt wird, sollen in diesem Kapitel einige Grundbegriffe erläutert und einige grundsätzliche Probleme der Produktivitäts- und Effizienzanalyse angesprochen werden (1.1). Daran schließt sich eine kurze Darstellung der stückweise linearen Approximation von Produktionsfunktionen an, die der in diesem Buch dargestellte nichtparametrische Ansatz zur Produktivitäts- und Effizienzanalyse vornimmt. Mit einem Überblick über die einzelnen Kapitel des Buches wird dann die Vorgehensweise im Rahmen dieses Buches dargelegt und auch gezeigt, welcher Ausschnitt aus dem Möglichkeitenraum für empirische Effizienzanalysen hier Gegenstand der Darstellung ist (1.2).

## 1.1 Grundbegriffe

### 1.1.1 Produktivität

Ganz allgemein versteht man unter „Produktivität“ den Quotienten aus Produktionsergebnis (Ausbringung, Output) und einem, mehreren oder allen zur Produktion eingesetzten Produktionsfaktoren (Einsatz, Input). Dabei sind, wie man der Tabelle 1.1 entnehmen kann, verschiedene Ausprägungen der Produktivität denkbar, je nachdem welches Kriterium für die Darstellung von Input und Output zugrunde gelegt wird. Für welche der möglichen Darstellungsformen man sich letztlich entscheidet, hängt vom Untersuchungsgegenstand, vom Ziel einer Analyse und auch von rein praktischen Erwägungen (wie z.B. Datenverfügbarkeit) ab.

Das erste Kriterium unterscheidet Produktivitätsindikatoren nach ihrer quantitativen Struktur. So kann man die Produktivität eines einzelnen Produktionsfaktors betrachten, was zum Konzept der partiellen Faktorproduktivität führt (z.B. Arbeitsproduktivität, Kapitalproduktivität, Materialproduktivität). Diese partiellen Faktorproduktivitäten geben jedoch keinen

Aufschluß über die Produktivität des gesamten Produktionsprozesses. Vor allem ändern sich die partiellen Faktorproduktivitäten auch dann, wenn Substitutionsvorgänge zwischen verschiedenen Produktionsfaktoren im Produktionsprozeß stattfinden, wie beispielsweise bei der im Rahmen der Automatisierung stattfindenden Kapitalintensivierung. Eine Aussage über die Produktivität des gesamten Produktionsprozesses läßt hingegen die totale Faktorproduktivität zu. Sie stellt damit das aussagekräftigste und umfassendste Produktivitätsmaß dar, bei dem die Relation von Gesamtoutput zu Gesamtinput betrachtet wird.

**Tabelle 1.1.** Die unterschiedlichen Ausprägungen der Produktivität

Kriterium	Art der Produktivität
Quantitative Struktur:	totale Faktorproduktivität, partielle Faktorproduktivität
Inhaltliche Struktur:	Mengenproduktivität, Wertproduktivität, gemischte Produktivität
Zeitliche Dimension:	Zeitpunkt, Zeitraum
Betrachtungsebene:	Arbeitsgang, Betrieb, Branche, Sektor, Volkswirtschaft

Der Produktivitätsbegriff läßt sich aber noch präziser fassen, wenn man darunter das Verhältnis von realem Output zu realem Input versteht. Output und Input sind dabei im allgemeinen Mengengrößen. Hinsichtlich der inhaltlichen Struktur ist daneben auch ein wertmäßiger oder gemischter Ansatz denkbar. In letzterem Fall wird entweder der Output wertmäßig und der Input mengenmäßig erfaßt oder umgekehrt. Die monetäre Bewertung hat dann aber konstante Preise zu verwenden. Mit Hilfe der Deflationierung nominaler monetärer Größen über einen geeigneten Preisindex<sup>1</sup> erhält man nämlich reale Wertgrößen, in denen sich nur noch Mengen- und/oder Qualitätsänderungen widerspiegeln.

Weitere Unterscheidungskriterien sind die zeitliche Dimension und die Betrachtungsebene. Im Hinblick auf die zeitliche Dimension läßt sich eine zeitpunktbezogene und daher statische Perspektive von einer zeitraumbezogenen und damit dynamischen Perspektive unterscheiden. Letztere vor allem ist geeignet, die Wirkungen des technischen Fortschritts auf die

<sup>1</sup> Bei der Bildung eines solchen Preisindex taucht das Problem auf, daß dieser Index nur Preisniveauänderungen messen soll, die auf reine Preis- und nicht auf Qualitätsänderungen zurückzuführen sind. Um die von Qualitätsänderungen auf den Preisindex ausgehenden Effekte eliminieren zu können, müßten diese exakt in Geldeinheiten erfaßt werden, was große Probleme verursacht.

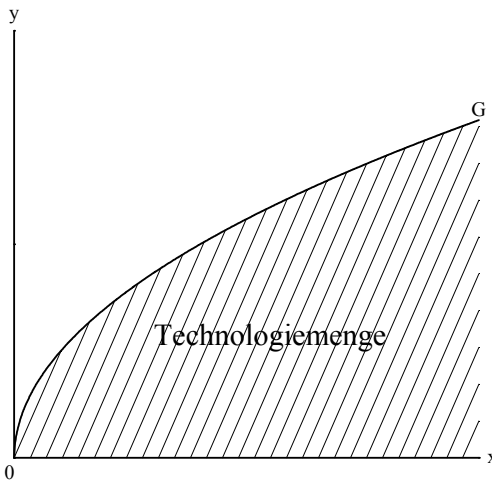
Produktivität zu erfassen. Produktivitätsanalysen lassen sich grundsätzlich auf verschiedenen Betrachtungsebenen durchführen, die vom einzelnen Arbeitsgang bis zum Vergleich ganzer Volkswirtschaften reichen können.

Wichtig für die weitere Diskussion ist die Abgrenzung der Produktivität vom Begriff der Effizienz. Effizienz beinhaltet allgemein eine Gegenüberstellung von Zielerträgen und den zur Erreichung dieser Ziele erforderlichen Mitteln. Effizienz orientiert sich dabei an den unterschiedlichen Ausprägungen des ökonomischen Prinzips, indem entweder mit den gegebenen Mitteln der höchste Zielertrag (Maximum-Prinzip), oder ein gegebenes Ziel mit dem geringsten Mitteleinsatz erreicht wird (Minimum-Prinzip). Je nachdem wie man diese Ziele und Mittel inhaltlich spezifiziert, erhält man eine Fülle verschiedener Effizienzkonzepte. Eines dieser Effizienzkonzepte ist die Produktivität, resultierend aus der Gegenüberstellung von realem Output und realem Input. Damit kann man Produktivität als eine spezifische inhaltliche Ausprägung von Effizienz ansehen. Häufig taucht in der Literatur auch noch der Begriff der Effektivität auf. Effektivität mißt den Grad der Zielerreichung, ohne die eingesetzten Mittel zur Verwirklichung der Ziele zu berücksichtigen. Daher handelt es sich hier um eine reine Outputbetrachtung.

### 1.1.2 Produktionsfunktion

Bei der Produktivitätsanalyse wird der Produktionsprozeß untersucht und dabei Input und Output einander gegenübergestellt. Wie läßt sich der Produktionsprozeß ökonomisch erfassen? In der ökonomische Theorie greift man hier auf die Konzepte der Technologie und der Produktionsfunktion zurück.

Hierbei umfaßt die Technologie alle Input-Output Kombinationen – im folgenden als Produktionspunkte bezeichnet –, die eine Wirtschaftseinheit mit gegebener organisatorischer Struktur und gegebenem Stand technischen Wissens realisieren kann. Eine Teilmenge der Technologie stellen die technisch effizienten Produktionspunkte dar. Diese Teilmenge wird durch die Produktionsfunktion repräsentiert. In Abbildung 1.1 ist für den Fall eines Inputs der Menge  $x$  und eines Outputs der Menge  $y$  der Zusammenhang zwischen Technologiemenge und der dazugehörigen Produktionsfunktion  $G$  dargestellt. Es wird deutlich, daß die Produktionsfunktion  $G$  die obere Begrenzung der Technologiemenge bildet und damit einen sogenannten Optimalitätsgrad aufweist, der an der technischen Effizienz von Produktionsprozessen ansetzt.



**Abb. 1.1.** Technologiemenge und Produktionsfunktion

Als technisch effizient wird dabei ein Produktionsprozeß (repräsentiert durch einen Produktionspunkt in der Technologiemenge) angesehen, wenn gleichzeitig die folgenden beiden Aussagen gelten:

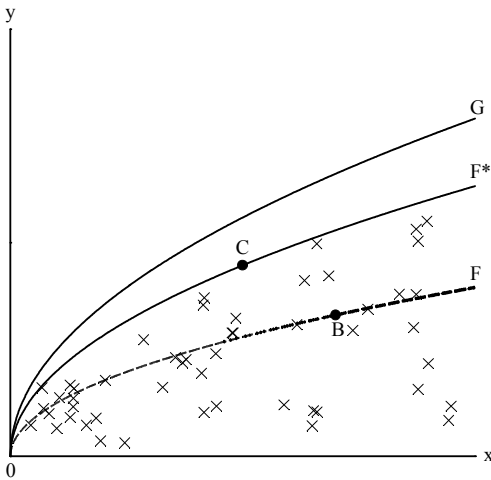
- (a) Es gibt keinen Produktionspunkt, der bei gleicher Inputmenge  $x$  eine höhere Outputmenge  $y$  aufweist (Maximum-Prinzip).
- (b) Es gibt keinen Produktionspunkt, der zur Produktion einer bestimmten Outputmenge  $y$  eine kleinere Inputmenge  $x$  benötigt (Minimum-Prinzip).

Die Produktionsfunktion stellt demnach die funktionale Beschreibung des effizienten Randes der ihr zugrundeliegenden Technologie dar. Dies wiederum bedeutet, daß eine Produktionsfunktion stets technische Effizienz voraussetzt. Sie gibt also die maximale Outputmenge an, die mit Hilfe einer bestimmten Faktorinputkombination erzielt werden kann (oder alternativ die minimale Inputmenge, die zur Produktion einer bestimmten Outputmenge erforderlich ist).

Für die praktische Anwendung in der Produktivitätsanalyse ist eine derartige Konzeption der Produktionsfunktion denkbar ungeeignet. In der Realität zu beobachtende Produktionsverfahren sind sicherlich suboptimal. Dies hat zur Folge, daß empirisch ermittelte Produktionsfunktionen nur eine relative und keine absolute Obergrenze darstellen. Empirisch beo-

bachtete Produktionsverfahren können daher stets nur als sogenannte *actual-practice*-Produktionsfunktionen interpretiert werden. Aus diesen rekurrieren sich diejenigen Produktionspunkte, welche die obigen Minimum- und Maximum-Prinzipien erfüllen und die dann die *best-practice*-Produktionsfunktion aufspannen. Diese best-practice-Produktionsfunktion wird auch synonym als Rand- oder Frontier-Produktionsfunktion bezeichnet, da sie sämtliche empirisch beobachteten Produktionspunkte umhüllt.

Diese Unterscheidungen sollen anhand von Abbildung 1.2 verdeutlicht werden. Wie bereits in der vorangehenden Abbildung stellt die Produktionsfunktion  $G$  den effizienten Rand der Technologiemenge dar. Empirisch beobachtet werden jedoch nur die durch die Kreuze und die Punkte B und C bezeichneten Produktionspunkte. Man kann sich nun vorstellen, daß durch jeden dieser Produktionspunkte eine Produktionsfunktion verläuft, wie etwa die durch B gestrichelt eingezeichnete Produktionsfunktion  $F$ . Eine dieser Produktionsfunktionen erfüllt die obigen Maximum- und Minimum-Prinzipien und ist somit die best-practice-Produktionsfunktion. Diese wird durch die durch den Punkt C verlaufende Funktion  $F^*$  dargestellt, welche bezüglich der Beobachtungen denselben Optimalitätsgrad aufweist, wie die optimale Produktionsfunktion  $G$  bezüglich der unbekanntenen Technologiemenge.



**Abb. 1.2.** Optimale, best- und actual-practice-Produktionsfunktionen

Für die weitere Diskussion ist es nützlich, die oben diskutierten Konzepte formal darzustellen und voneinander abzugrenzen:

$G: y = F(K, L)$	(optimale) Produktionsfunktion
$F^*: y = A^* \cdot f(K, L)$	best-practice-Produktionsfunktion
$F: y = A \cdot f(K, L)$	actual-practice-Produktionsfunktion

Produktionsfunktionen, die in der weiteren Darstellung eine zentrale Rolle einnehmen werden (und auf die in den nachfolgenden Kapiteln ausschließlich Bezug genommen wird) sind die best-practice-Produktionsfunktion  $F^*$  und die actual-practice-Produktionsfunktionen  $F$ . Diese setzen sich zusammen aus einer sogenannten Faktoraggregationsfunktion  $f$  und einem multiplikativen Niveauparameter  $A^*$  bzw.  $A$ . Es wird dabei angenommen, daß die Faktoraggregationsfunktion in beiden Fällen identisch ist und sich die Produktionsfunktionen nur durch die Niveauparameter unterscheiden, für die  $A^* \geq A$  gilt. Die (optimale) Produktionsfunktion  $G$  ist ein rein theoretisches Konstrukt, über das aus empirischer Sicht nur wenig konkrete Aussagen getroffen werden können. Es ist lediglich klar, daß diese oberhalb (bzw. zumindest nicht unterhalb) der best-practice-Produktionsfunktion verläuft, jedoch ist nichts über die Beziehung zwischen  $G$  und  $F^*$  bekannt. Im folgenden beschränkt sich die Darstellung daher auf den Zusammenhang zwischen den actual-practice-Produktionsfunktionen mit der best-practice-Produktionsfunktion. Zunächst sind hier die Unterschiede hinsichtlich der Niveauparameter von Interesse, die mit Hilfe von Effizienzmaßen abgebildet werden können.

### 1.1.3 Effizienzmaße

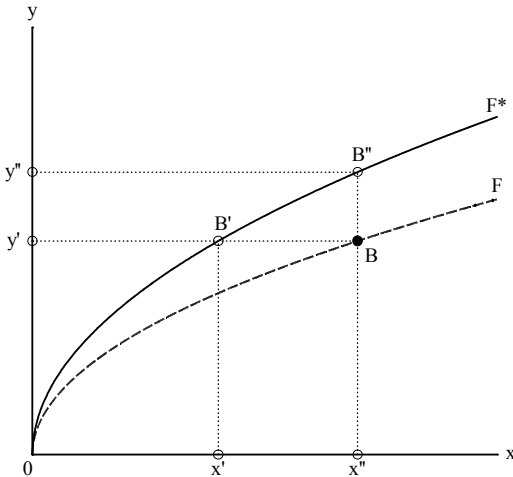
Empirisch ermittelte Produktionspunkte lassen sich mit Punkten auf den angesprochenen best-practice-Produktionsfunktionen vergleichen. Hierbei können systematisch zwei Arten von Abweichungen auftreten. Zum einen kann der Fall eintreten, daß der empirische Produktionspunkt nicht auf der best-practice-Produktionsfunktion zu liegen kommt. Aufgrund der Definition dieser Produktionsfunktion als effizienten Rand der Technologiemenge bezeichnet man diese Form der Abweichung als technische Ineffizienz. Zum anderen sind bei gegebenen Güter- und Faktorpreisen nicht alle Punkte auf der best-practice-Produktionsfunktion aus ökonomischer Sicht gleichermaßen effizient, wobei man zwischen der Wahl der optimalen Faktorinputkombination und der Wahl der optimalen Outputhöhe unterscheiden kann. Im ersten Fall spricht man von allokativer Effizienz (auf der Inputseite), während man den zweiten Fall als Skaleneffizienz (auf der



Outputseite) bezeichnet. Im folgenden sollen diese drei Effizienzkonzepte mit ihren Quantifizierungsmöglichkeiten der Reihe nach dargestellt werden.

### **Technische Effizienz**

Für die Diskussion der technischen Effizienz zeigt Abbildung 1.3 eine best-practice-Produktionsfunktion  $F^*$  für einen Produktionsprozeß mit Inputmenge  $x$  und Outputmenge  $y$ . Eingezeichnet ist ebenfalls ein empirisch beobachteter Produktionspunkt für das Unternehmen B zusammen mit seiner gestrichelten actual-practice-Produktionsfunktion  $F$ . Er liegt nicht auf der Funktion  $F^*$  und ist daher nicht effizient. Das Maß der technischen Effizienz kann nun alternativ als Input- oder Outputeffizienz angegeben werden.



**Abb. 1.3.** Best-practice Produktionsfunktion und technische Effizienz

Zur Bestimmung der Inputeffizienz von B stellt man folgende Überlegungen an. Unternehmen B produziert die Outputmenge  $y'$  mit einem Inputeinsatz von  $x''$ . Diese Outputmenge könnte jedoch bei Produktion auf der Produktionsfunktion  $F^*$  in  $B'$  mit einem Faktoreinsatz von  $x'$  hergestellt werden. Demzufolge setzt B die Differenz  $x'' - x'$  zuviel an Input ein. Um hierfür ein Effizienzmaß zu erhalten, setzt man das anzustrebende Inputniveau  $x'$  mit dem tatsächlich realisierten Inputniveau  $x''$  in Beziehung.

Daraus erhält man den Quotienten  $x'/x''$ , der ein relatives Maß für die Inputeffizienz darstellt und nur Werte im Intervall  $(0,1]$  annehmen kann. Dieses relative Maß der Inputeffizienz gibt an, auf wieviel Prozent des Ausgangsniveaus  $x''$  Unternehmen B seinen Inputeinsatz reduzieren mußte, um effizient zu produzieren. Die Differenz  $1 - x'/x''$  ist entsprechend ein Maß für die Ineffizienz des Unternehmens B. Es gibt an, um wieviel Prozent B, von  $x''$  ausgehend, seinen Inputeinsatz reduzieren mußte, um effizient zu produzieren. Die Effizienzmessung anhand des Inputverbrauchs, so wie sie hier am Beispiel des Unternehmens B durchgeführt wurde, bezeichnet man daher auch als Inputorientierung der Effizienzanalyse.

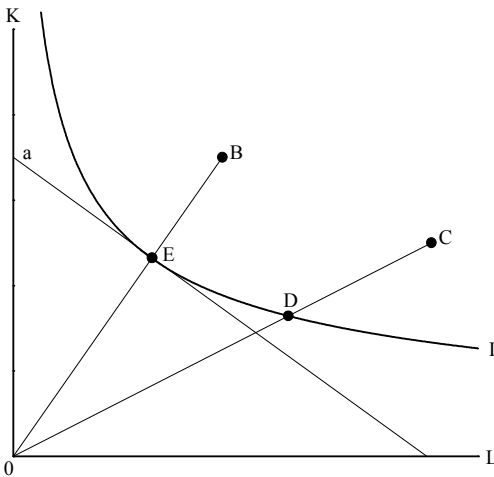
Alternativ kann die Effizienz von Unternehmen B auch als Outputeffizienz bestimmt werden. Diese spiegelt sich im vertikalen Abstand zur best-practice-Funktion wider, wobei folgende Überlegungen anzustellen sind. Unternehmen B könnte bei effizienter Produktion in B'' mit der Inputmenge  $x''$  anstatt der Outputmenge  $y'$  die höhere Outputmenge  $y''$  produzieren. Dies bedeutet, daß B die Differenz  $y'' - y'$  zu wenig an Output herstellt. Analog zu oben kann man diesen Zusammenhang wieder in Form des relativen Maßes  $y''/y'$  ausdrücken, welches Werte im Intervall  $[1, \infty)$  annimmt. Es gibt an, auf wieviel Prozent Unternehmen B seinen Output bei einem konstanten Inputeinsatz von  $x''$  erhöhen muß, um effizient zu sein. Dies ist äquivalent zu einer Outputerhöhung um  $y''/y' - 1$  Prozent des bisherigen Niveaus, wobei dieser Wert gleichzeitig die Outputineffizienz repräsentiert. Die hiermit angesprochene alternative Form der Effizienzmessung anhand der möglichen Outputsteigerung wird als Outputorientierung der Effizienzanalyse bezeichnet.

Die Maße für die technische Effizienz bei Input- und Outputorientierung liefern allerdings nur dann identische Werte, wenn die Produktionsfunktion durch konstante Skalenerträge bzw. eine Skalanelastizität von 1 gekennzeichnet ist, was im vorliegenden Fall eines Inputs und eines Outputs einer Produktionsfunktion entspricht, die im Ursprung beginnend linear ansteigt. Offensichtlich ist dies für das Beispiel in Abbildung 1.3 nicht erfüllt.

### **Allokative Effizienz**

Für die Behandlung der allokativen Effizienz ist es notwendig, den einfachen Fall eines Produktionsprozesses mit einem Input und einem Output zu verlassen und eine Produktion zu betrachten, bei der zwei unterschiedliche Inputfaktoren, Kapital  $K$  und Arbeit  $L$ , eingesetzt werden. Zur Ver-

einfachung wird außerdem das Outputniveau auf einen konstanten Wert normiert, beispielsweise das Niveau  $y = 1$ .



**Abb. 1.4.** Technische und allokativen Effizienz

In Abbildung 1.4 ist die Isoquante I (im best-practice-Sinne) zusammen mit einer Reihe von Produktionspunkten B bis E eingezeichnet. Abweichend von der üblichen Lehrbuchdarstellung repräsentieren in dieser Abbildung alle Produktionspunkte das gleiche Outputniveau. Entsprechend können hier auftretende Effizienzunterschiede nur in Form der Inputorientierung und damit als Inputeffizienz bewertet werden. Die Isoquante I gibt an, welche unterschiedlichen Inputkombinationen eine Outputmenge von 1 technisch effizient produzieren können. I stellt die Randfunktion oder best-practice-Funktion dar. Produktionspunkte unterhalb von I sind entweder technisch nicht möglich oder wurden nicht beobachtet. Die Strecke a ist eine Isokostengerade, deren Steigung das Verhältnis der (annahmegemäß für alle Unternehmen gleichen) Faktorpreise widerspiegelt. Der optimale Produktionspunkt ergibt sich aufgrund der Tangentiallösung in Punkt E, in dem das Verhältnis der Faktorpreise dem Verhältnis der Grenzproduktivitäten der eingesetzten Produktionsfaktoren  $K$  und  $L$  entspricht.

Analog zum Beispiel in Abbildung 1.1 liegt technische Ineffizienz immer dann vor, wenn nicht auf der best-practice-Isoquante produziert wird, sondern im Vergleich zu dieser eine größere Menge an Input eingesetzt wird. Dies trifft beispielsweise auf Unternehmen B zu, welches oberhalb

der Isoquante I liegt. Offensichtlich wird diese Ineffizienz, wenn man B beispielsweise mit Unternehmen E vergleicht. Die Ineffizienz von B ergibt sich aus dem dort im Vergleich zu E feststellbaren Mehreinsatz an beiden Produktionsfaktoren zur Produktion des gleichen Outputniveaus. Gleiches gilt für Unternehmen C im Vergleich zu D. Selbstredend sind die auf der Isoquante liegenden Produktionspunkte D und E technisch effizient.

Die allokativer Effizienz, auch Preiseffizienz genannt, stellt auf die „richtige“ Wahl der Faktorinputkombinationen, im Sinne eines „richtigen“ Verhältnisses der Einsatzmengen der Produktionsfaktoren zueinander, ab. Im obigen Beispiel läßt sich so beispielsweise fragen, ob E oder D aus allokativer Sicht effizient sind oder nicht. Die „richtige“ Inputkombination ergibt sich bekanntlich aus der Anpassung der Unternehmen an das vorherrschende Faktorpreisverhältnis. Dieses bestimmt den Absolutwert der Steigung der Isokostengerade. Im Beispiel der Abbildung 1.2 tangiert die Isokostengerade  $a$  die Isoquante genau im Produktionspunkt des Unternehmens E, welches damit allokativ effizient produziert. Dagegen produziert Unternehmen D mit mehr Einsatz an Arbeit und weniger Kapital als dies aus allokativer Sicht optimal ist und ist somit allokativ ineffizient. Man kann diesen Zusammenhang auch mit Hilfe der Kapitalintensität  $K/L$  als Maß für die Faktorinputkombination ausdrücken. Ausgangspunkt ist Unternehmen E mit der allokativ optimalen Kapitalintensität. Die Kapitalintensität von Unternehmen D ist geringer als diejenige von E, was sich unmittelbar aus dem bereits festgestellten Mehreinsatz von Arbeit und Mindereinsatz von Kapital des Unternehmens D im Vergleich zu E ergibt.

Auch für die Unternehmen B und C läßt sich die allokativer Effizienz bestimmen. Zu diesem Zweck macht man sich die Eigenschaft zunutze, daß die Kapitalintensität auf jedem Ursprungsstrahl konstant ist. Entsprechend weist B die gleiche Kapitalintensität wie E und C die gleiche Kapitalintensität wie D auf, woraus unmittelbar folgt, daß Unternehmen B allokativ effizient produziert, während Unternehmen C allokativer Ineffizienz aufweist.

### **Skaleneffizienz**

Eine dritte Effizienzart stellt die sogenannte Skaleneffizienz dar. Bei diesem Konzept wird auf die Frage abgestellt, ob ein Unternehmen die „richtige“ (optimale) Unternehmensgröße gewählt hat, wobei die Unternehmensgröße in Outputeinheiten gemessen wird. Die „richtige“ Unternehmensgröße ist bei dem Outputniveau zu finden, bei dem die Durchschnittskosten der Produktion am niedrigsten sind, was gleichbedeu-